Kleine Formelsammlung zu Elektronik und Schaltungstechnik

Florian Franzmann

21. September 2004

Inhaltsverzeichnis

1 Stromrichtung **4**

2 Kondensator **4**
2.1 Plattenkondensator 4
2.2 Ladung 4
2.3 Energieinhalt 4
2.4 Aufladevorgang 4
2.5 Entladevorgang 4

3 Induktion **4**
3.1 Leiterschleife 5
3.2 Aufladungsvorgang 5
3.3 Entladevorgang 5

4 Induktivität **5**
4.1 Einschaltvorgang 5

5 Wärmeleitung **6**
5.1 Wärmewiderstand 6
5.2 Dimensionierung eines Kühlkörpers 6

6 Spannung **6**
6.1 Ohmscher Widerstand . . . 6
6.2 Induktivität . . . 6
6.3 Kapazität . . . 6

7 Leistung **6**
7.1 Mittlere Leistung . . . 6
7.2 Gleichstrom . . . 7
7.3 Wechselstrom . . . 7

8 Grundschaltungen **7**
8.1 Widerstände in Parallelschaltung . . . 7
8.2 Spannungsteilerformel . . . 7
8.3 Stromteilerformel . . . 7

9 Widerstand **8**
9.1 Kapazitiver Widerstand . . . 8
9.2 Induktiver Widerstand . . . 8
9.3 Spezifischer Widerstand . . . 8

10 Superposition **8**

11 Diode **8**
11.1 Diodenstrom . . . 8
11.2 Vereinfachtes Modell . . . 9
11.3 Arbeitspunkt . . . 9
11.4 Diode als Pegelschieber . . . 9

12 Transistor **9**
12.1 Grundschaltungen . . . 9
12.1.1 Emitterschaltung . . . 9
12.1.2 Kollektorschaltung (Emitterfolger) . . . 10
12.1.3 Basisschaltung . . . 15
12.1.4 Sourceschaltung . . . 15
12.1.5 Drainschaltung . . . 17
12.2 Arbeitspunkteinstellung . . . 18
12.2.1 Emitterschaltung . . . 18
12.2.2 Sourceschaltung . . . 21

13 Operationsverstärker **22**

14 Analog-Digital-Umsetzung **22**
14.1 Quantisierungsrauschen 22
14.2 Zahl der Quantisierungsintervalle 23
14.3 Zahl der Bits 23
14.4 Minimale Abtastrate 23

15 Bodediagramm **23**
15.1 Logarithmisches Verhältnismaß 23
15.1.1 Leistungsverhältnis 23
15.1.2 Spannungsverhältnis 23
15.2 Amplitudengang 23
15.3 Phasengang 24
15.4 Verhältnis zwischen Frequenz und Kreisfrequenz 24

16 CMOS **24**

Abbildungsverzeichnis

1 Aufladevorgänge Energiespeicher 5
2 Grundschaltungen 7
3 Diodenschaltungen 9
4 Bipolartransistoren 10
5 NMOS-Transistoren 11
6 PMOS-Transistoren 12
7 Emitterschaltung 13
8 Kollektorschaltung 14
9 Basisschaltung 15
10 Sourceschaltung 16
11 Drainschaltung 17
12 Arbeitspunkteinstellung 19
13 Transistor: Eingangsseitiges Ersatzschaltbild 20
14 Grundschaltungen des Operationsverstärkers 22
15 Schaltsymbole der CMOS-Technik 24
16 Inverter in CMOS-Technik 25

1 Stromrichtung

Technische Stromrichtung: Vom „+“- zum „−“-Pol → positiv.

2 Kondensator

2.1 Plattenkondensator

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$

2.2 Ladung

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = CU$$

2.3 Energieinhalt

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

2.4 Aufladevorgang

$$I = \frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$U_C = U_S(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

2.5 Entladevorgang

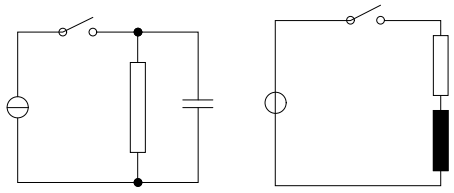
$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

3 Induktion

$$u_i = \frac{d\phi}{dt} \cdot n = n \cdot \frac{d(B \cdot A)}{dt}$$



(a) Schaltung Aufladevorgang Kondensator

(b) Schaltung Aufladevorgang Induktivität

Abbildung 1: Aufladevorgänge Energiespeicher

3.1 Leiterschleife

$$u_i = -nBlv$$

3.2 Aufladungsvorgang

$$u = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Wirkungsgrad des Ladevorgangs: 50%.

3.3 Entladevorgang

$$u = U_0 \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

4 Induktivität

4.1 Einschaltvorgang

$$i(t) = \frac{U_0}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t-t_0}{T}})$$

$$u(t) = U_0 \cdot e^{\frac{t-t_0}{T}}$$

$$T = \frac{L}{R}$$

5 Wärmeleitung

5.1 Wärmewiderstand

$$R_{\text{th}} = \frac{T}{P}$$

5.2 Dimensionierung eines Kühlkörpers

$$T_J - T_A = (R_{\text{th, JC}} + R_{\text{th, CH}} + R_{\text{th, HA}}) \cdot P_V$$

T_J Temperatur Transistor

T_A Umgebungstemperatur

6 Spannung

6.1 Ohmscher Widerstand

$$u(t) = R \cdot i(t), \quad R \cdot \hat{I} \cdot e^{st}, \quad \hat{U} = R \cdot \hat{I}$$

6.2 Induktivität

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}, \quad u(t) = sL\hat{I}e^{st}, \quad \hat{U} = sL\hat{I}$$

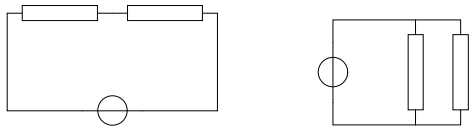
6.3 Kapazität

$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(\tau)d\tau, \quad u(t) = \frac{1}{sC}\hat{I}e^{st}, \quad \hat{U} = \frac{1}{sC}\hat{I}$$

7 Leistung

7.1 Mittlere Leistung

$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T i(t) \cdot u(t)dt$ mit T ist Dauer einer Periode im Bogenmaß.



(a) Spannungsteiler

(b) Stromteiler

Abbildung 2: Grundschaltungen

7.2 Gleichstrom

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

7.3 Wechselstrom

$$P = \frac{1}{2} \cdot I_m^2 \cdot R = \frac{U_0^2}{2 \cdot R} \cdot (1 - \cos(2\omega t))$$

8 Grundschaltungen

8.1 Widerstände in Parallelschaltung

$$R_1 || R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

8.2 Spannungsteilerformel

$$U_{R_1} = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

8.3 Stromteilerformel

$$I_{R_1} = I_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

9 Widerstand

9.1 Kapazitiver Widerstand

$$Z = \frac{1}{j\omega C}$$

9.2 Induktiver Widerstand

$$Z = j\omega L$$

9.3 Spezifischer Widerstand

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

10 Superposition

Alle Spannungsquellen durch Kurzschlüsse ersetzen, alle Stromquellen durch Unterbrechungen ersetzen.

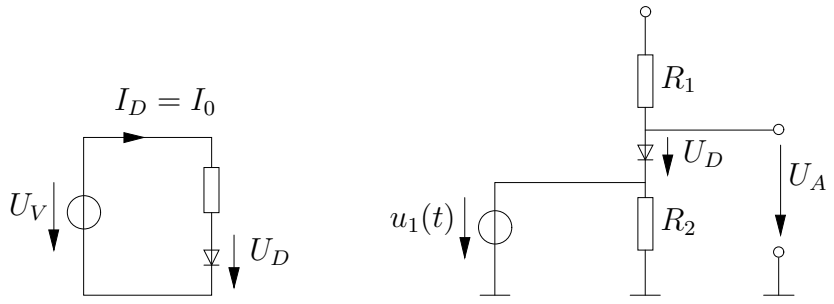
11 Diode

11.1 Diodenstrom

$$I_\mathrm{D} = I_\mathrm{S} \cdot e^{\frac{U_\mathrm{D}}{n \cdot U_\mathrm{T}}} - 1$$

Wobei gilt:

- n Emissionskoeffizient
- $U_\mathrm{T} = \frac{kT}{q}$ Temperaturspannung
- $k = 1,38 \cdot 10^{-23} VAs/K$ Bolzmannkonstante
- $q = 1,602 \cdot 10^{-19} As$ Elementarladung
- T Temperatur in K



(a) Einfache Diodenschaltung

(b) Diode als Pegelschieber

Abbildung 3: Diodenschaltungen

11.2 Vereinfachtes Modell

$$I_D = I_0 = \frac{U_V - U_D}{R} \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U_V - U_D}{I_0} \quad \Leftrightarrow \quad U_D = U_V - R \cdot I_0$$

U_D wird willkürlich festgelegt und in die Formel eingesetzt. Anschließend wird der Wert anhand der Kennlinie überprüft.

11.3 Arbeitspunkt

Paar aus I_D und U_D.

11.4 Diode als Pegelschieber

$$I_D = \frac{U_{R2} + u_1(t) - U_D}{R_2}$$

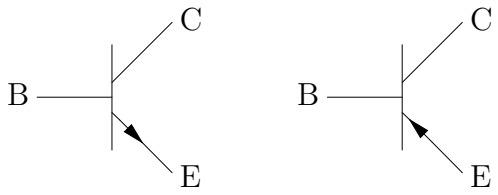
$$U_A = U_{R2} - U_D$$

12 Transistor

12.1 Grundschaltungen

12.1.1 Emitterschaltung

(Skript S. 4-14)



(a) npn-Transistor (b) pnp-Transistor

Abbildung 4: Bipolartransistoren

Charakter: Näherungsweise ideale Stromquelle. Grenzfrequenz $f_\beta = \left(\frac{1}{\beta} \cdot f_T\right)$.

Verstärkung

- Spannung:

$$V_u = \frac{u_{CE}}{u_{BE}} = -S \cdot R_A$$

- Strom:

$$V_i = \frac{i_C}{i_B} = \beta$$

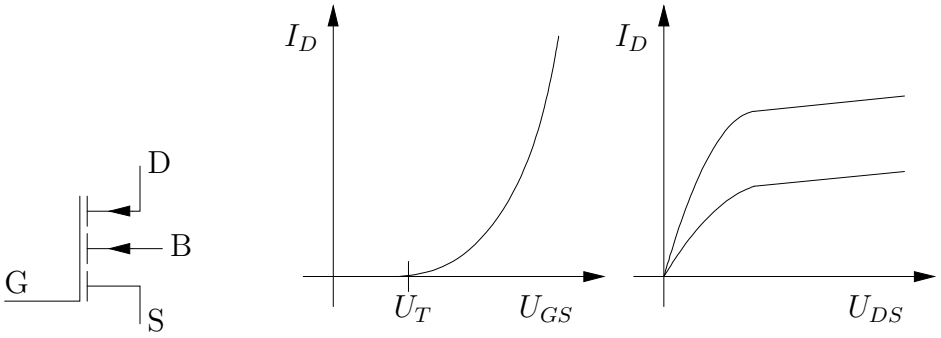
- Leistung:

$$V_P = \left|\frac{u_{CE} \cdot i_C}{u_{BE} \cdot i_B}\right| = |V_u \cdot V_i| = S \cdot R_A \cdot \beta$$

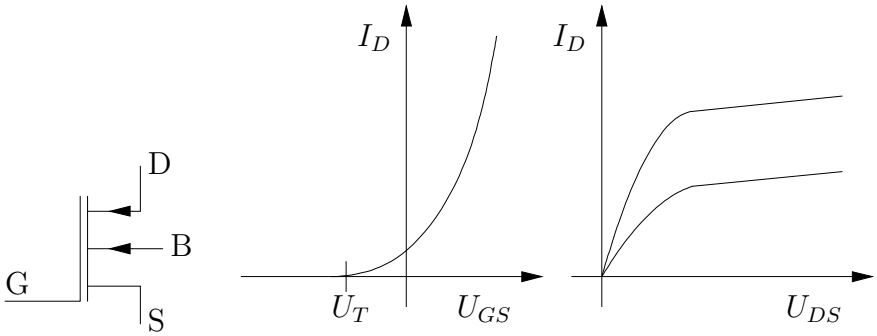
12.1.2 Kollektorschaltung (Emitterfolger)

(Skript S. 4-15)
Dient als Impedanzwandler.

Verstärkung

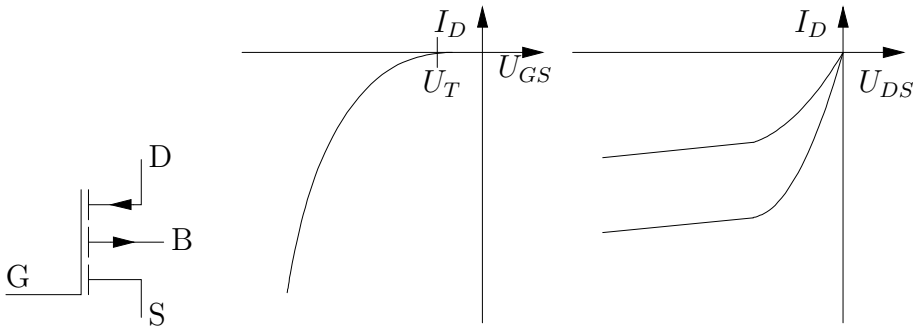


(a) n-Kanal-Transistor, selbstsperrend

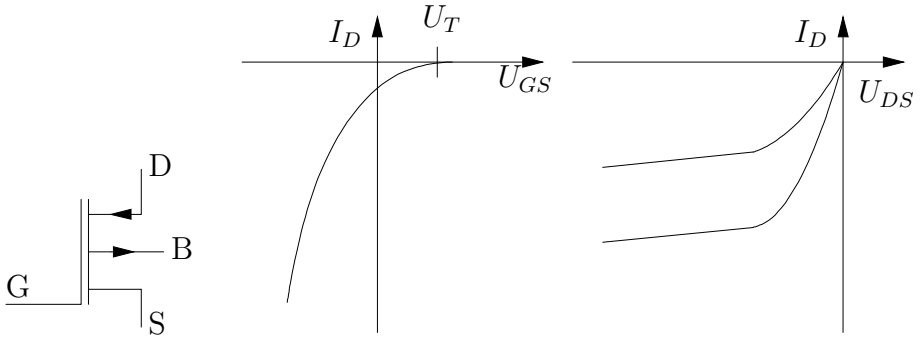


(b) n-Kanal-Transistor, selbstleitend

Abbildung 5: NMOS-Transistoren

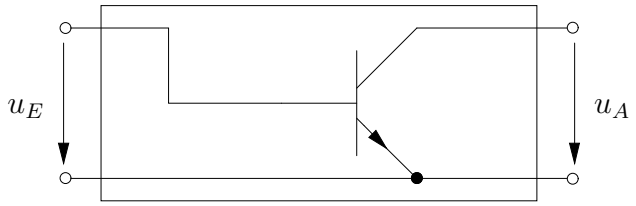


(a) p-Kanal-Transistor, selbstsperrend

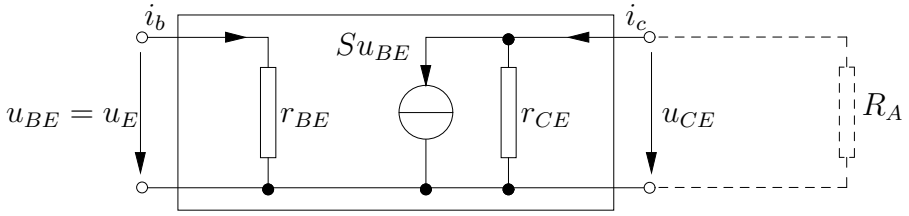


(b) p-Kanal-Transistor, selbstleitend

Abbildung 6: PMOS-Transistoren

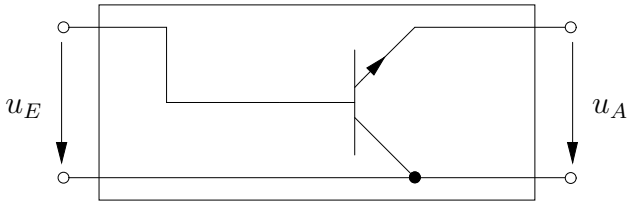


(a) Schaltbild

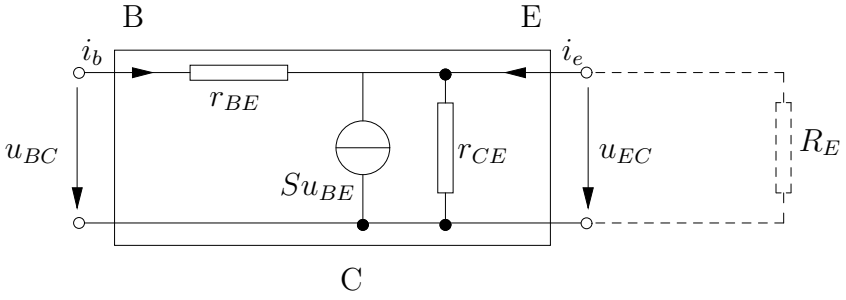


(b) Ersatz-Schaltbild

Abbildung 7: Emitterschaltung

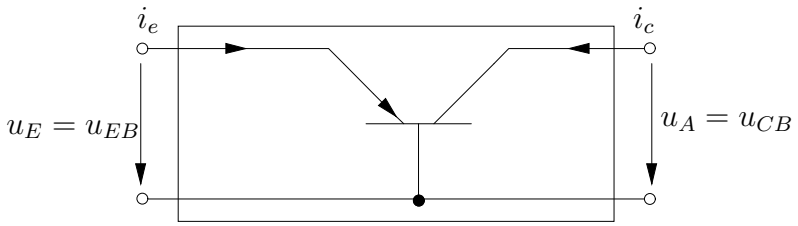


(a) Schaltbild



(b) Ersatz-Schaltbild

Abbildung 8: Kollektorschaltung



(a) Schaltbild

Abbildung 9: Basisschaltung

- Spannung:

$$V_U = \frac{u_{EC}}{u_{BC}} = \frac{S \cdot R_E}{1 + SR_E} \approx 1$$

- Strom:

$$V_i = \frac{i_e}{i_b} \approx -\beta$$

12.1.3 Basisschaltung

(Skript S. 4-19)

Verstärkung

- Spannung:

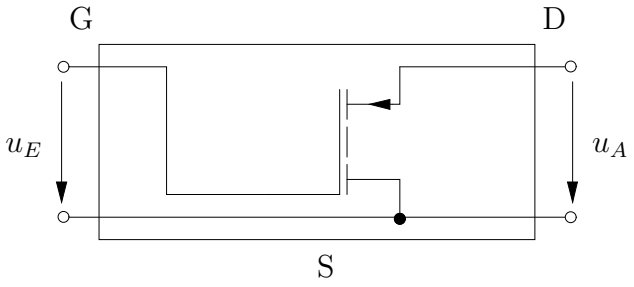
$$V_u = \frac{u_{CB}}{u_{EB}} = S \cdot R_A$$

- Strom:

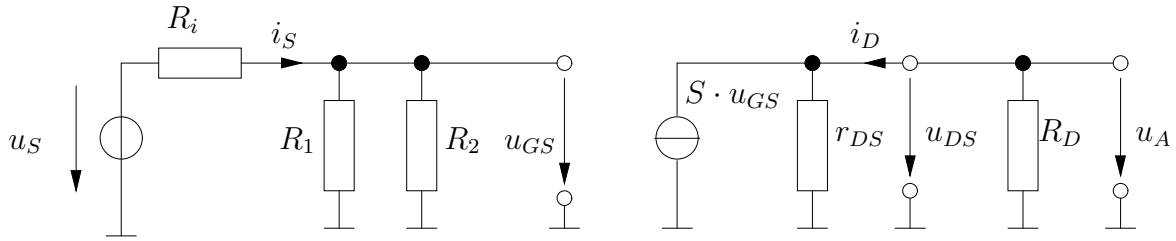
$$V_i = \frac{i_c}{i_e} = \alpha$$

12.1.4 Sourceschaltung

Sie hat starke Ähnlichkeit mit der Emitterschaltung des Bipolartransistors. Die Einstellung des Arbeitspunktes erfolgt ähnlich.

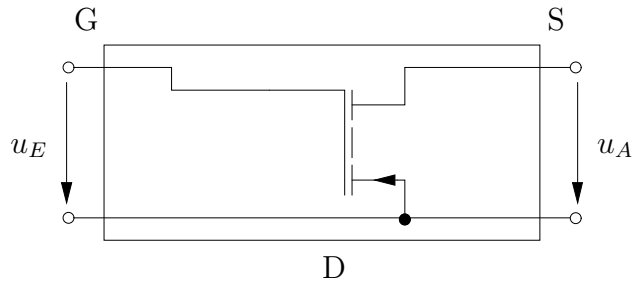


(a) Schaltung

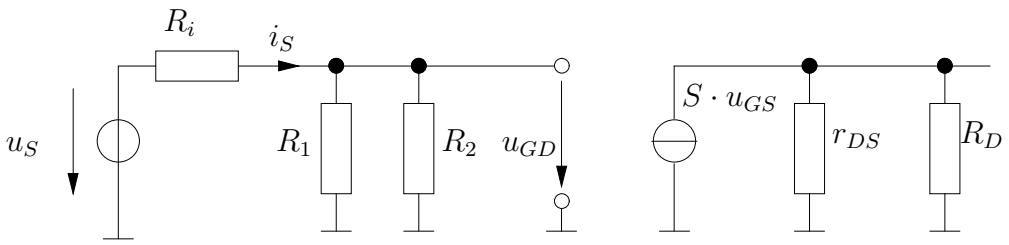


(b) Ersatzschaltbild

Abbildung 10: Sourceschaltung



(a) Schaltung



(b) Ersatzschaltbild

Abbildung 11: Drainschaltung

Verstärkung

- Spannung:

$$V_u = \frac{u_{DS}}{u_{GS}} \approx -S \cdot R_D$$

12.1.5 Drainschaltung

Sie entspricht der Kollektorschaltung des Bipolartransistors.

Verstärkung

- Spannung:

$$V_u = \frac{u_A}{u_E} = \frac{S \cdot R_S}{1 + S \cdot R_S}$$

12.2 Arbeitspunkteinstellung

Grundschaltungen siehe Skript Seite 4-13ff.

12.2.1 Emitterschaltung

Ausgang

geg.:

$$U_\mathrm{V}, \mathrm{AP} \quad (U_{CE} = U_A, I_C = I_{CA})$$

ges.:

$$R_A$$

$$R_A = \frac{U_V - U_A}{I_C}$$

Eingang

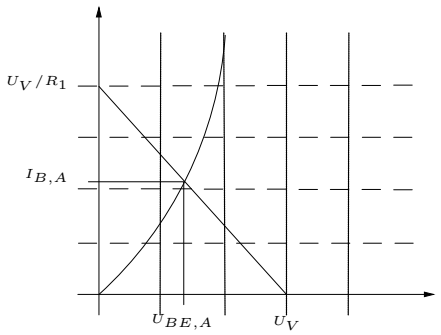
$$\begin{aligned} U_V &= R_1 I_1 + U_{BE} \\ R_1 &= \frac{U_V - U_{BE}}{I_1} \\ R_2 &= \frac{U_{BE}}{I_2} = \frac{U_{BE}}{I_1 - I_B} \end{aligned}$$

Leerlauf

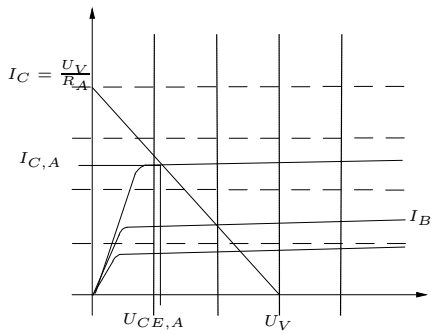
$$U_L = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_V = U_H$$

Kurzschluß

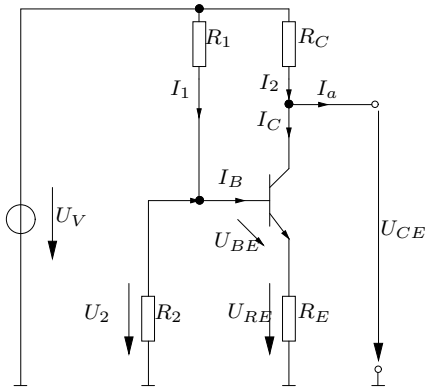
$$I_K = \frac{U_V}{R_1} = \frac{U_H}{R_e}$$



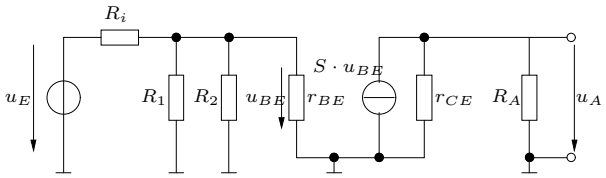
(a) Eingangskennlinienfeld



(b) Ausgangskennlinienfeld



(c) Schaltung



(d) Kleinsignalersatzschaltbild

Abbildung 12: Arbeitspunkteinstellung

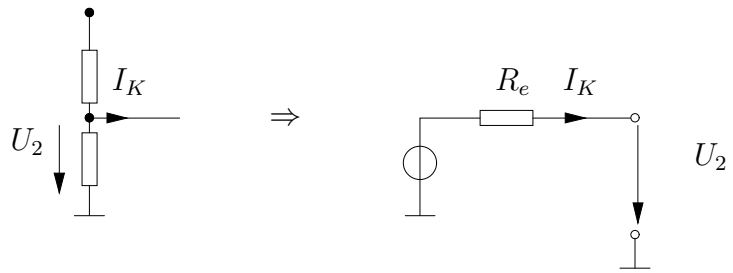


Abbildung 13: Transistor: Eingangsseitiges Ersatzschaltbild

Arbeitsgerade

$$
\begin{aligned}
R_e &= R_1 \cdot \frac{U_H}{U_V} \\
U_{BE} &= U_H - R_e \cdot I_B \\
I_B &= \frac{U_H - U_{BE}}{R_e} \\
I_B = 0 &\Rightarrow U_{BE} = U_H \\
I_B = I_{B_{AP}} &\Rightarrow U_{BE} = \frac{U_H - U_{BE}}{R_e}
\end{aligned}
$$

Kleinsignalparameter

$$
\begin{aligned}
\beta &= \left.\frac{\delta I_C}{\delta I_B}\right|_{U_{CE}=\cdots} \\
r_{CE} &= \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} \\
S &\approx \frac{I_C A}{U_T} \\
r_{BE} &\approx \frac{\beta}{S}
\end{aligned}
$$

Kleinsignalverstärkung

$$
\begin{aligned}
R_{BE} &= \frac{R_1 R_2 r_{BE}}{r_{BE}(R_1+R_2)+R_1R_2} \\
U_{BE} &= \frac{R_{BE}}{R_i+R_{BE}} \cdot u_e \\
R_{CE} &= r_{CE}||R_A = \frac{r_{CE}R_A}{r_{CE}+R_A} \\
u_a &= -Su_{BE}R_{CE} \\
&\Rightarrow \frac{u_a}{u_e}
\end{aligned}
$$

12.2.2 Sourceschaltung

$$
\begin{aligned}
U_A &= -R_A I_D \\
R_A &= -\frac{U_A}{I_D}
\end{aligned}
$$

Ausgang

$$
\begin{aligned}
U_A &= -R_A I_D = U_V + U_{DS} \\
I_D &= -\frac{U_V}{R_A} - \frac{U_D S}{R_A} \\
I_D = 0 &\Rightarrow U_{DS} = -U_V \\
U_{DS} = 0 &\Rightarrow I_D = -\frac{U_V}{R_A}
\end{aligned}
$$

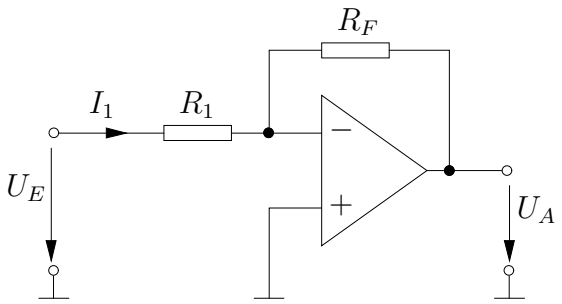
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{|U_{GS}|}{U_V - |U_{GS}|}$$

Kleinsignalbetrachtung

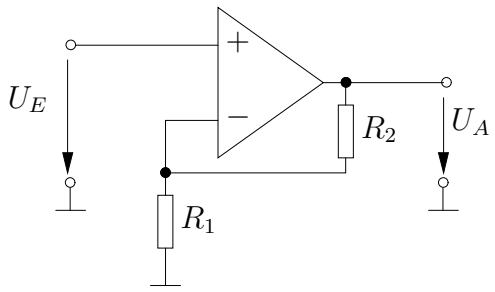
$$
\begin{aligned}
u_a &= -Su_{gs}(r_{DS}||R_A) \\
u_{gs} &= \frac{R_1||R_2}{R_i + R_1||R_2} \cdot u_e \\
r_{DS}||R_A &\approx R_A \text{ unter der Annahme, daß } r_{DS} \gg R_A
\end{aligned}
$$

$$S = \frac{I_D A}{U_T}$$

U_T wird an der Eingangskennlinie abgelesen (siehe Abbildung 5 und 6).



(a) Invertierend gegengekoppelt



(b) Nichtinvertierend gegengekoppelt (Elektrometerverstärker)

Abbildung 14: Grundschaltungen des Operationsverstärkers

13 Operationsverstärker

14 Analog-Digital-Umsetzung

14.1 Quantisierungsrauschen

$\bar{P} = \frac{q^2}{12}$ mit q ist Breite des Quantisierungsintervalls in V.

14.2 Zahl der Quantisierungsintervalle

$$Q_{\min} > \frac{\Delta U}{q_{\max}}$$

mit ΔU ist Breite des verfügbaren Spannungsbereichs.

14.3 Zahl der Bits

$$|\log_2(Q_{\min})|$$

14.4 Minimale Abtastrate

Theorie: $f_A \geq 2 \cdot f_g$

Praxis $f_A \geq 2,5 \cdot f_g$

15 Bodediagramm

Das Bodediagramm des Kehrwerts einer Funktion ist das der Funktion mit invertierten Vorzeichen bei Amplituden- und Phasengang.

15.1 Logarithmisches Verhältnismaß

15.1.1 Leistungsverhältnis

$$L_{\mathrm{dB}} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_S}{P_N}\right)$$

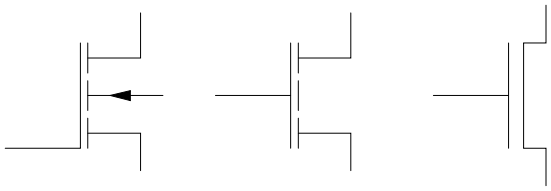
15.1.2 Spannungsverhältnis

$$L_{\mathrm{dB}} = 20 \cdot \log\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$$

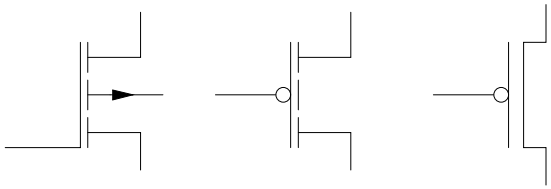
15.2 Amplitudengang

$$a = -20 \cdot \log|\underline{H}|$$

1. $a = 0$ berechnen.
2. a beim Zehnfachen (-20 dB) und 100-Fachen (-40 dB) dieser Frequenz berechnen.



(a) n-Kanal-Transistor



(b) p-Kanal-Transistor

Abbildung 15: Schaltsymbole der CMOS-Technik

15.3 Phasengang

$$b = -\arg|\underline{H}| = -\arctan\frac{\Im(z)}{\Re(z)}$$

$$-\arctan\infty = 90^\circ$$

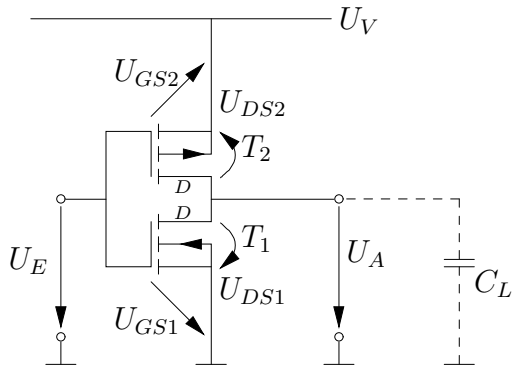
15.4 Verhältnis zwischen Frequenz und Kreisfrequenz

$$f = \frac{\omega}{2\cdot\pi}$$

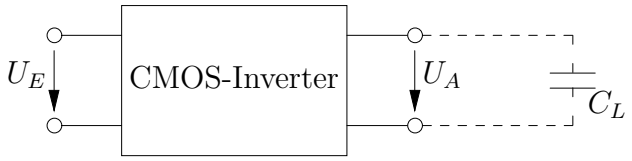
16 CMOS

C_L wird mit $i_C = -I_{DX} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ entladen (i_C ist konstant! $\Rightarrow$ gerade Flanke). Dies gilt jedoch nur, wenn U_E abrupt geschaltet wird. In der Praxis hat U_E schräge Flanken $\Rightarrow$ Abrundungen am Ausgang wegen Querstrom.

CMOS hat pro Takt $C_L \cdot U_V^2$ Verlust $\Rightarrow P = f \cdot C_L \cdot U_V^2$



(a) Schaltung



(b) Vereinfachte Darstellung

Abbildung 16: Inverter in CMOS-Technik